Trigonometri

Undervisning del 1

Trigonometri

Fakta om trekanter (C-niveau)

En trekant er en trigonometrisk konstruktion, som består af 3 sider og 3 vinkler.

- Vinkler beregnes med stort bogstav (A, B, C, ….) og kan f.eks. Også være betegnet $\angle BAC$ og $\angle CBA$, hvor der menes hhv. vinkel A og vinkel B.

- Sider betegnes med lille bogstav (a,b,c, ….) og kan være beskrevet f.eks. $|AB|$. Hvor sidstnævnt læses som som afstanden fra vinkel A til B.

- Vinkler måles i grader (Summen af vinklerne i en trekant er altid 180 grader).

Trigonometri

Ensvinklede trekanter.

2 trekanter ABC og $A_1B_1C_1$ siges at være ensvinklede. Hvis det gælder følgende.

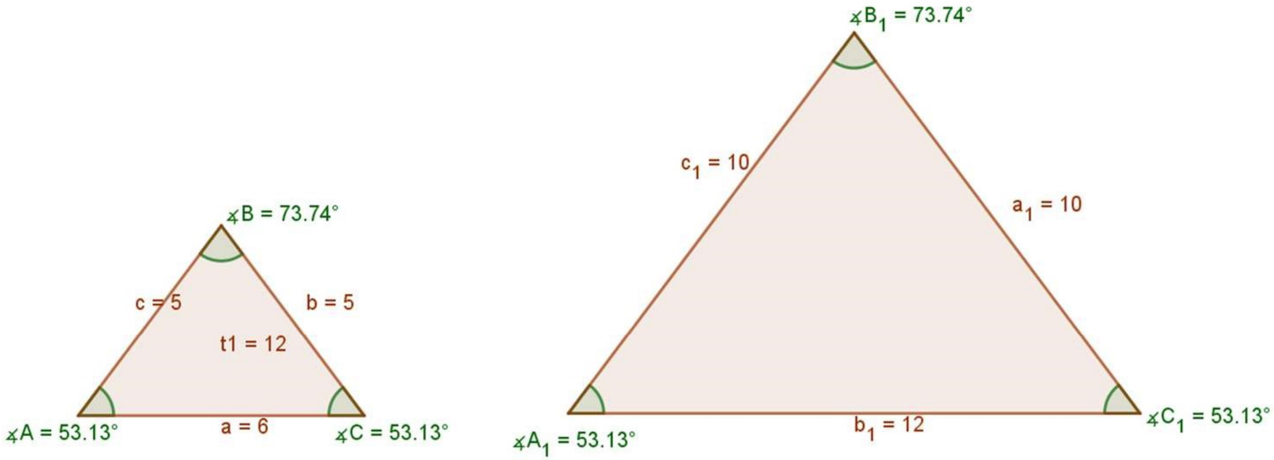
$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$

Trigonometri

Skalafaktor

Formel : $\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = k$

Eksempel



$$k = \frac{10}{5} = \frac{10}{5} = \frac{12}{6} = 2$$

Dvs. skalafaktoren er k = 2

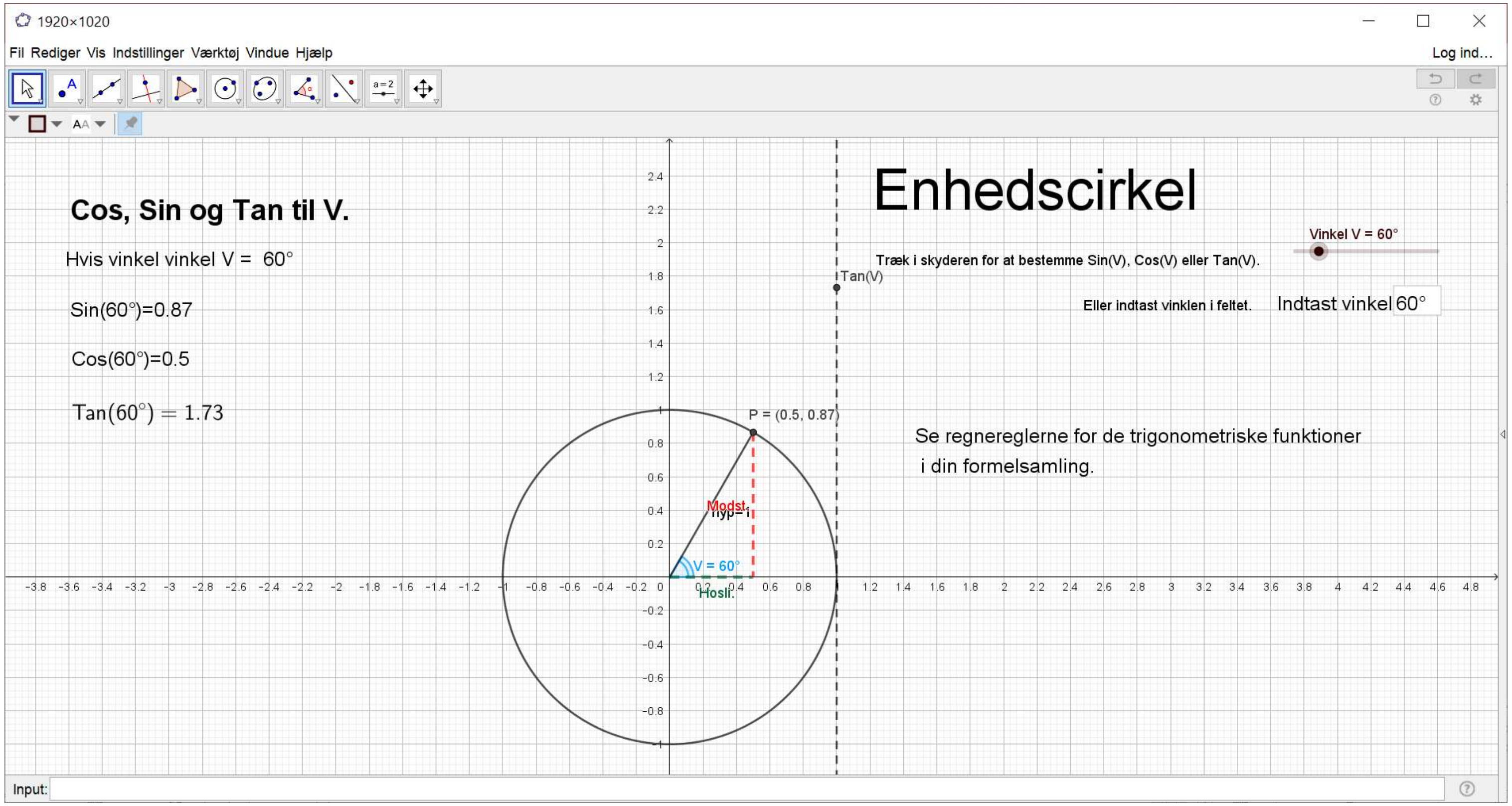
$$a_1 = 5 \cdot k = 5 \cdot 2 = 10$$
$$b = \frac{b_1}{k} = 5$$

Trigonometri

Størrelsen på vinkler bestemmes ud fra de trigonometriske grundfunktioner, Sinus, Cosinus og Tangens. Forkortet hhv (Sin, Cos og Tan).

Størrelsen på vinklerne er defineret ud fra **Enhedcirklen.**

Trigonometri(Enhedscirkel)



Trigonometri

Enhedscirklen fortolkes således at Cosinus til en given vinkel aflæses ud fra x-aksen og Sinus til en given vinkel aflæses ud fra y-aksen. Tangens aflæses langs streges langs y-aksen.

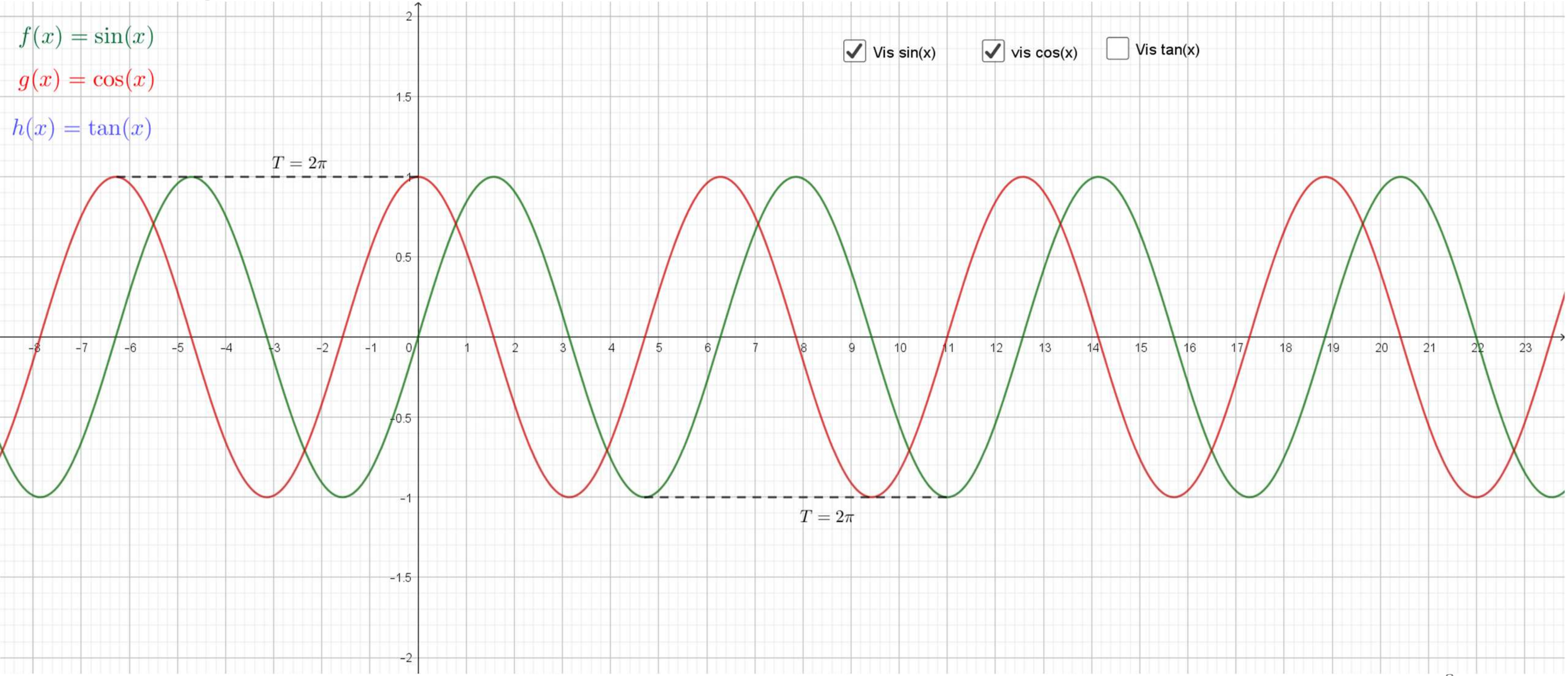
Vigtig (Cosinus og Sinus)

Sinus og Cosinus er begge defineret for perioden 2π og har værdimængden $[-1,1]$.

Tangens.

y – værdien er defineret for perioden π og har værdien $\mathbb{R}$.

Trigonometri



Trigonometri

Fakta om den periodiske funktioner.

Funktionen $f_1(x) = \sin(x)$ og $f_2(x) = \cos(x)$ er periodisk. Dvs. det altid tager samme tid at nå fra bølge bund til bølge top. Denne periode betegnes T har værdien 2π . Man siger funktionen gentager sig når x vokser med 2π.

Trigonometeri

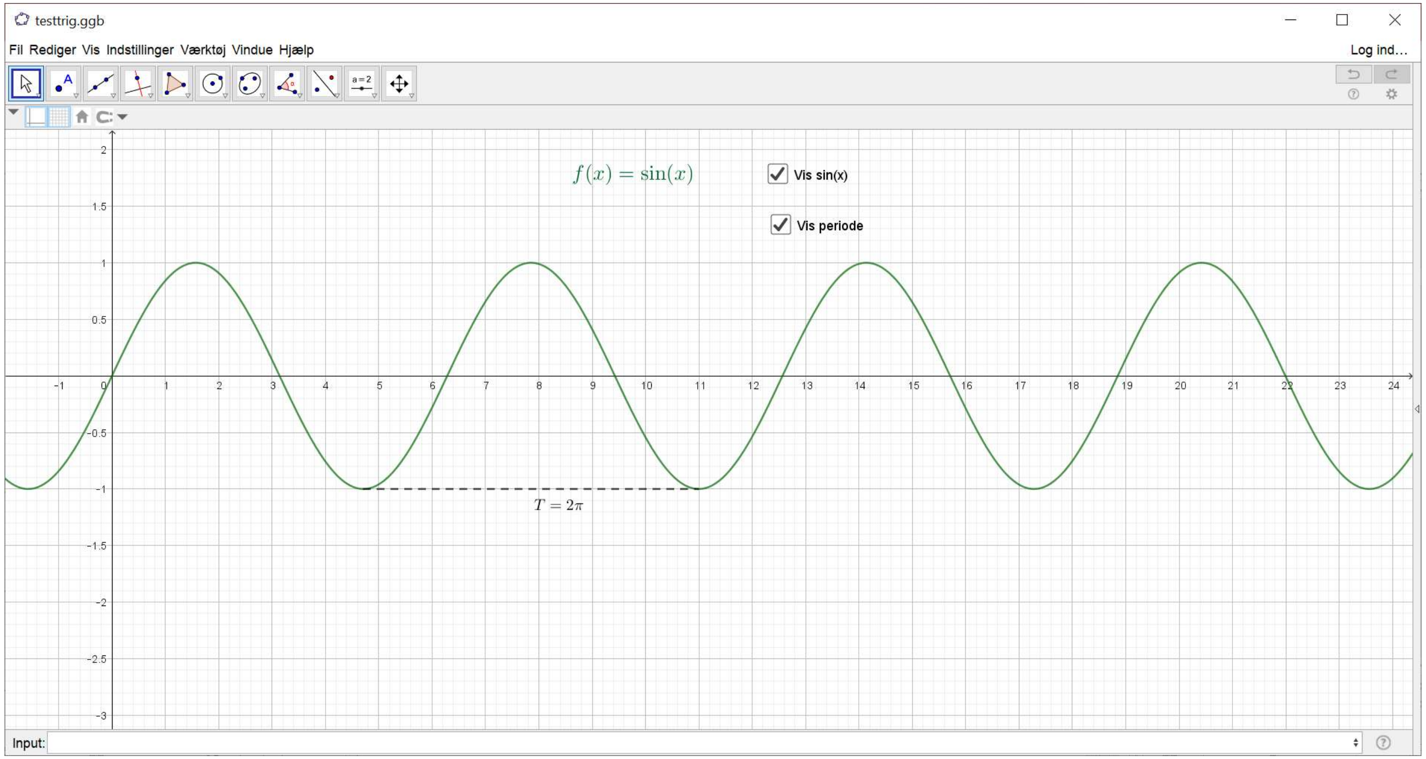
Perioden udtrykkes også som vist på tegningen.

$$T = 2\pi$$

$\sin(x + n \cdot 2 \cdot \pi\ )= \sin(x)$

Hvor n = antal ganger vi bevæger os rundt i enhedscirklen.

cos(x) defineres tilsvarende.



Trigonometri

Anvendelse af den periodiske sinus funktion.

Vi anvender den periodiske sinus-funktion på funktioner af typen:

$$f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \phi) + k$$

Dette kaldes funktion for en harmonisk svingning.

Trigonometri

Konstanterne harmonisk svingning.

A kaldes amplituden og har formel $A = \frac{maksimum - minimum}{2}$

ω kaldes vinkelfrekvensen.

ϕ kaldes faseforskydning.

k kaldes forskydningskonstanten. k= $\frac{maksimum + minimum}{2}$

Trigonometri

Anvendelse af harmoniske svingninger.

Lav beregninger på solskinstimer i en by.

Måling af bølgehøjde ved badestrande mm.

(Men mere om den periodiske funktion lidt senere) ☺

Trigonometri

Retvinklede trekanter.

Beregning af vinkler og længden af sider i retvinklede trekanter.

Vi kender fra C-niveau, at hvis man skal beregne sider i en trekant med en ret vinkel (Dvs. trekanten indeholder en vinkel på 90 °) . Der anvender vi Pythagoras-sætning.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Hvor siderne a og b kaldes kateter og c benævnes hypotenusen.

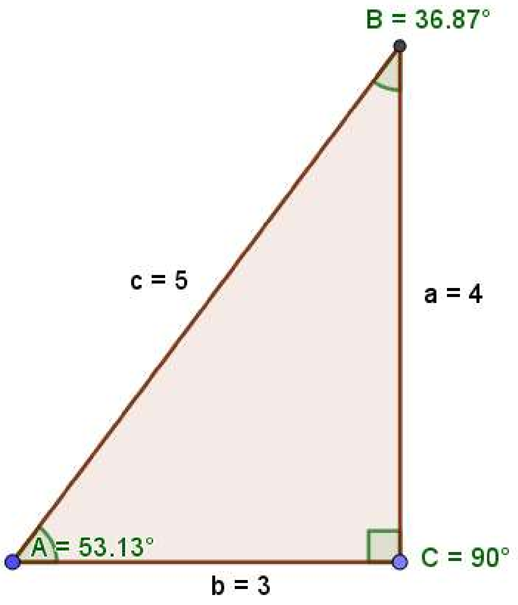
Trigonometri

Eksempel på en grundlæggende retvinklet trekant.

Bemærk at Pythagoras overholds

$$3^2 + 4^2 = c^2 = 25$$

Hvor $c = \sqrt{25} = 5$



Trigonometri

Beregning af vinkler og sider (retvinklet trekant).

Det kendes fra C-niveau at man beregne størrelsen af vinklerne i trekant, hvis 2 sider kendes.

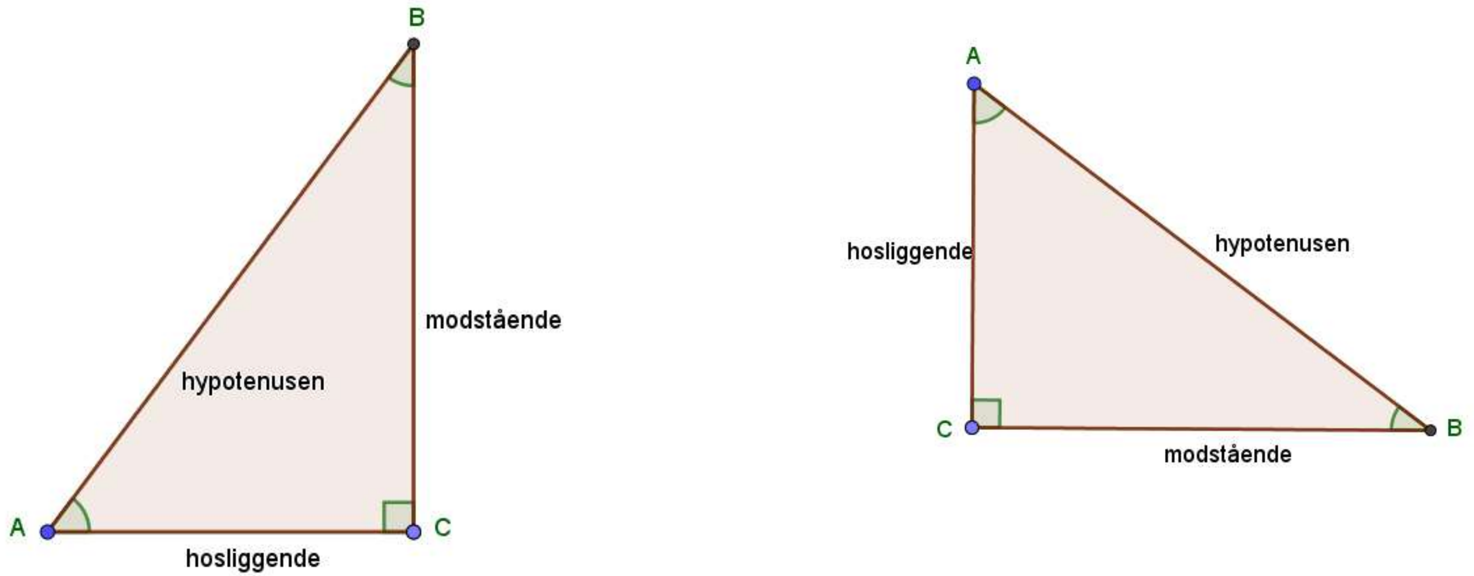
$$\sin(V) = \frac{modstående\ katete}{hypotenusen}$$

$$Cos(V) = \frac{hosliggende\ katete}{hypotenusen}$$

$$Tan(V) = \frac{hosliggende\ katete}{modstående\ katete}$$

Trigonometri

Husk, at reglerne fra forrige side gælder uanset hvordan den retvinklede trekant vender.



Trigonometri

Eksempel

Hvis a = 3 og c = 5 og vinkel C $= 90$ °. Bestem vinkel A og B.

$$\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 53.13° \text{ },\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 53.13\ °$$

Vinkel B : $\angle B\ = 180° - \angle A\ \ - \angle C\ = 180\ ° - 53.13° - 90° = 36.87\ °$

$$\angle A = \ \mathrm{Tan(A)} = \tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = \ 53.13\ °$$

Trigonometri

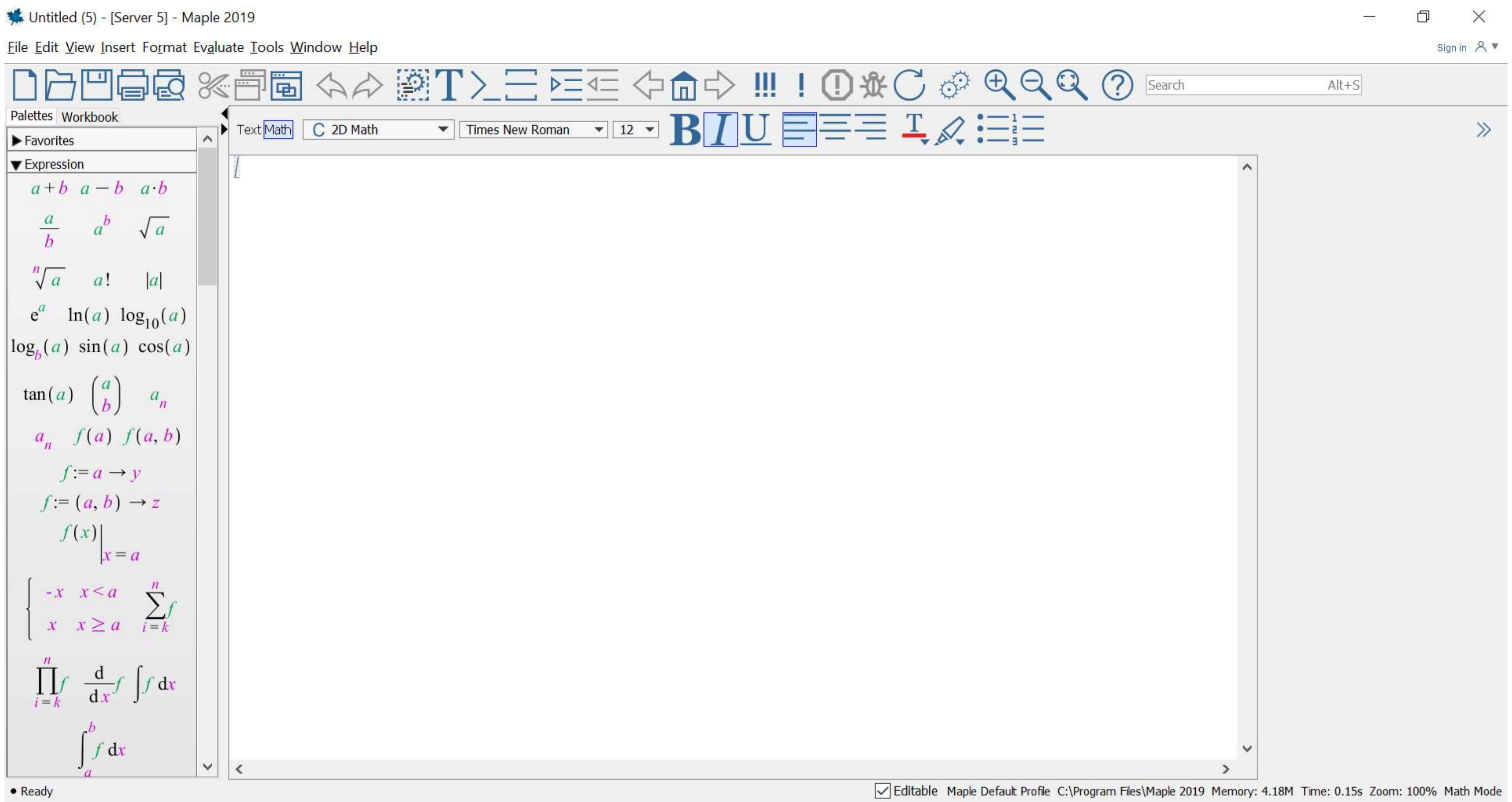
Løsning vha. Maple.

I åbner programmet Maple 2019 ved at dobbeltklikke på ikonet på jeres skrivebord(pc) .

På Mac vil det være at finde på statuslinje eller via funktionen Find (afhængig af IOS version).

Trignometri

Når Maple 2019 er startet op, så ser brugerfladen sådan ud.



Trigonometri

with(*Gym*)

[*ChiKvadratGOFtest*, *ChiKvadratUtest*, *Cos*, *ExpReg*, *Fcdf*, *Fpdf*, *Gini*, *KPplot*, *KvadReg*, *LPplot*, *LinReg*, *LogistReg*, *MultiLinReg*, *NormReg*, *PolyReg*, *PowReg*, *PropReg*, *QQplot*, *Sin*, *TVM*, *Tan*, *afdragAmort*, *afrund*, *amort*, *antalobs*, *antalstabel*, *arcCos*, *arcSin*, *arcTan*, *arealP*, *arealT*, *art*, *balanceAmort*, *bidrag*, *bincdf*, *binomialTest*, *binpdf*, *boksplot*, *cart2pol*, *chi2GOFtest*, *chi2Kritiskværdi*, *chi2Sim*, *chi2Teststørrelse*, *chi2Utest*, *chicdf*, *chipdf*, *det*, *dotP*, *enhedsvektor*, *ev*, *fintervalsolve*, *forventet*, *fraktil*, *frekvens*, *frekvensTabel*, *gennemsnit*, *gradient*, *grupperData*, *hat*, *hyppighed*, *hældningsfelt*, *intervalPlot*, *intervalsolve*, *invCos*, *invF*, *invSin*, *invTan*, *invbin*, *invchi*, *invnorm*, *invt*, *irr*, *konfidensInterval*, *kumuleretFrekvens*, *kvartiler*, *len*, *linjeelementer*, *median*, *middel*, *niveaukurver*, *normalcdf*, *normalpdf*, *npv*, *nulpunkter*, *omskrivKP*, *pindediagramBIN*, *plotHistogram*, *plotLorenzdiagram*, *plotPindediagram*, *plotResidualer*, *plotSumkurve*, *plotTrappekurve*, *pol2cart*, *polygonOmråde*, *proj*, *punktPlot*, *reelSolve*, *renteAmort*, *residualQQplot*, *residualer*, *residualspredning*, *skraver*, *spredning*, *standardafvigelse*, *stikprøvespredning*, *sumkurve*, *tInterval*, *tTest*, *tabelsum*, *tangentplan*, *tcdf*, *testLin*, *tpdf*, *trappekurve*, *trappekurveBIN*, *trekantsolve*, *typeinterval*, *typetal*, *varians*, *vektorPlot*, *vinkel*, *visMatrix*, *vsolve*, *zInterval*, *zInterval1Andel*, *zTest*]

with(*Gym*) :

Trigonometri

Vi definer sidelængderne ved hjælp af :=

$a := 3 : c := 5 :$

Herefter kan vi anvende Sinus eller Cosinus til at bestemme størrelsen på vinklerne A og B.

$$Sin(vA) = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{solve for vA}} [[vA = 36.86989765]] \xrightarrow{\text{select entry 1}} [vA = 36.86989765] \xrightarrow{\text{select entry 1}} vA = 36.86989765 \xrightarrow{\text{assign}}$$

Dvs. vinkel A er 36.87 grader.

Trigonometri

For at anvende Cosinus til at bestemme vinkel A igen, så anvendes Pythagoras til at bestemme siden b.

$$c^2 = a^2 + b^2 \xrightarrow{\text{solve for b}} [\,[\,b = -4\,],\ [\,b = 4\,]\,] \xrightarrow{\text{select entry 2}} [\,b = 4\,] \xrightarrow{\text{select entry 1}} b = 4 \xrightarrow{\text{assign}}$$

Herved gemmes værdien for b i b. Du kan også bruge := til at gemme værdien i b.

Nu bestemmes størrelsen på vinkel A.

$$Cos(vA) = \frac{b}{c} \xrightarrow{\text{solve for vA}} [\,[\,vA = 36.86989765\,]\,]$$

Dvs. vinkel A er 36.87 grader.

Vinkel B kan bestemmes vha. 180 graders reglen $vB = 180 - vA - 90 = vB = 53.13010235$

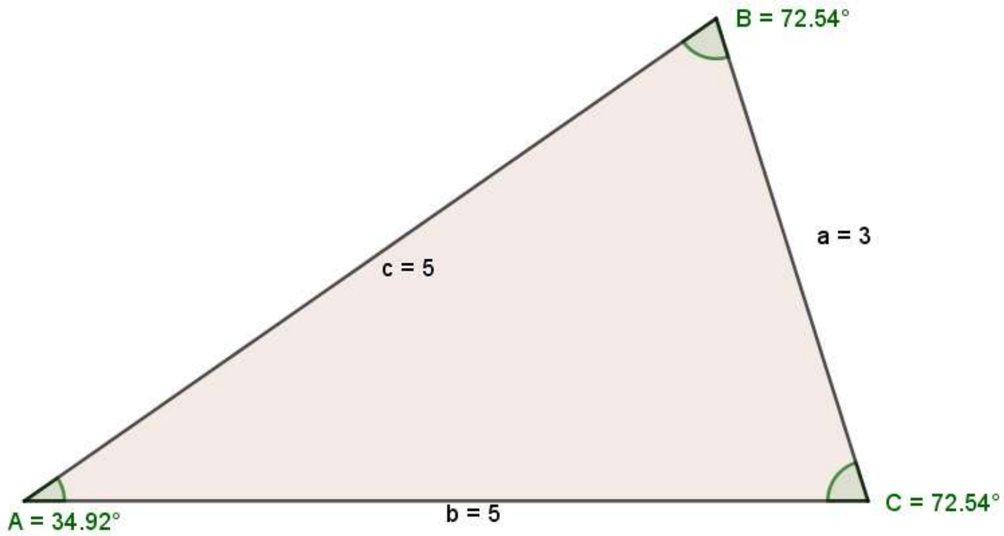
Eller via Cosinus $Cos(vB) = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{solve for vB}} [\,[\,vB = 53.13010235\,]\,]$

Trigonometri

Vilkårlige trekanter.

En ikke-retvinklet trekant er en trekant, som ikke indeholder en vinkel på $90°$.

Eksempel på en ikke-retvinklet trekant.



Trigonometri

At bestemme sider og vinkler i ikke-retvinklede trekanter.

Sinus-relationen : $\frac{a}{Sin(A)} = \frac{b}{Sin(B)} = \frac{c}{Sin(C)}$ (Til at bestemme sider).

Sinus-relationen : $\frac{Sin(A)}{a} = \frac{Sin(B)}{b} = \frac{Sin(C)}{c}$ (Til at bestemme sider).

Trigonometri

At bestemme sider og vinkler i ikke-retvinklede trekanter.

Cosinus-relation : $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cos(C)$ (Bestemme sider)

Cosinus-relationen: $Cos(C) = \frac{a^2+b^2-c^2}{2 \cdot a \cdot b}$ (Bestemme vinkel)

Trigonometri

Eksempel

For den vilkårlige trekant ABC hvor a = 3, b = c = 5. Bestem vinklerne A,B,C.

Vi anvender Cosinusrelationen til at bestemme siden vinkel C.

$$Cos(C) = \frac{3^2+5^2-5^2}{2\cdot3\cdot5} = \frac{3}{10}, \angle \mathrm{C} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{10}\right) = 72.54\,°$$

Trigonometri

Eksempel fortsat

Ved at anvende sinus-relationen fås:

$$\frac{5}{\text{Sin}(72.54)} = \frac{3}{Sin(A)}, Sin(A) = \frac{3}{\left(\frac{5}{Sin(72.54)}\right)} = 0.5723559902$$

$\angle A = Sin^{-1}(0.5723559902)$ = 34.92 °

Trigonometri

Eksempel fortsat

Slutteligt kan vi bestemme vinkel B ved 180 graders reglen.

$$\angle B = 180\,° - \angle C\; - \angle A = 180\,° - 72.54\,° - 34.92\,° = 72.54\,°$$

Trigonometri

$with(Gym)$:

$a := 3 : b := 5 : c := 5 :$

Vi anvender cosinus-relationen til at bestemme vinkel A.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot Cos(vA) \xrightarrow{\text{solve for vA}} [[vA = 34.91520625]] \xrightarrow{\text{select entry 1}} [vA = 34.91520625] \xrightarrow{\text{select entry 1}}$
$vA = 34.91520625 \xrightarrow{\text{assign}}$

Dvs. vinkel A er 34.92 grader.

Trigonometri

Vi anvender Sinus-rekationen til at bestemme vinkel B.

$$\frac{Sin(vA)}{a} = \frac{Sin(vB)}{b} \xrightarrow{\text{solve for vB}} [[vB = 72.54239699]] \xrightarrow{\text{select entry 1}} [vB = 72.54239699] \xrightarrow{\text{select entry 1}} vB = 72.54239699$$

$$\xrightarrow{\text{assign}}$$

Dvs. vinkel B er lig 72.54 grader.

Tilsidst bestemmes vinkel C vha. 180 graders reglen.

$$vC = 180 - vA - vB = vC = 72.54239681$$

Dvs. vinkel C er lig 72.54 grader.

Trigonometri.

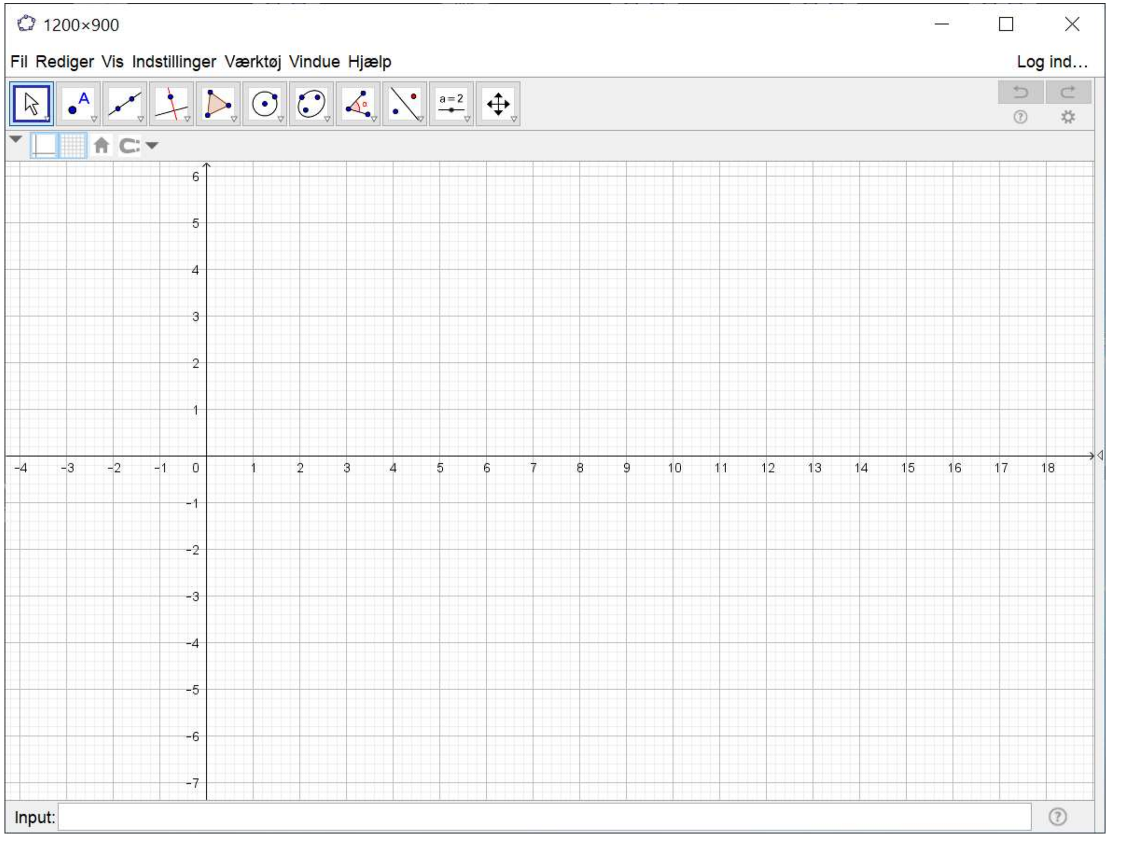
Hvornår anvendes Sinus og Cosinus-relationen ?

Hvad kendes og hvad søges?	Hvad bruges?
3 sider, men ingen vinkler kendes. De 3 vinkler søges.	Cosinus-relationen anvendes til at bestemme første vinkel. Herefter cosinus-relationen til den anden vinkel. Til slut anvendes 180 graders reglen til at bestemme den resterende.
2 sider, og en mellemliggende vinkel kendes. Manglende side og vinkler søges.	Cosinus-relationen anvendes til at bestemme den manglende side. Herefter sinus-relationen til at bestemme næste vinkel og til sidst 180 graders reglen til at bestemme den resterende vinkel.
2 vinkler og den mellemliggende side kendes. Manglende vinkel og sider ønskes fundet.	Den sidste vinkel beregnes vha. 180 graders reglen. De sidste 2 sider beregnes vha. Sinus-relationen.
2 vinkler og ikke-mellemliggende side kendes. Manglende vinkel og sider ønskes fundet.	Den sidste vinkel berenes vha. 180 graders reglen. De sidste sider beregnes vha. Sinus-relationen.

Trigonometri

Konstruktion af målfaste trekanter foregår i programmet Geogebra Classic.

Når du starter Geogebra, så møder du den brugerflade. Den hedder *tegnefladen*.

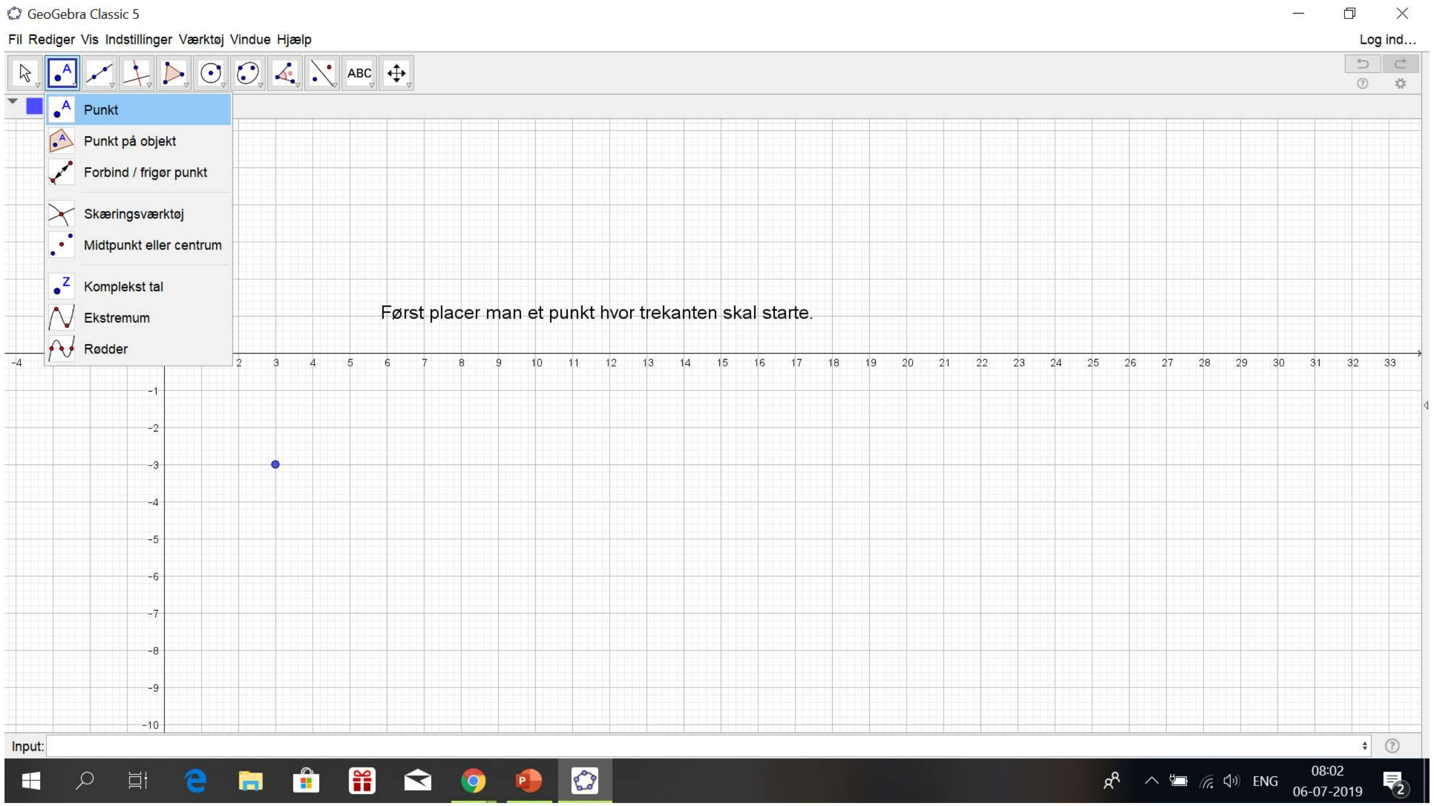


Trigonometri 2

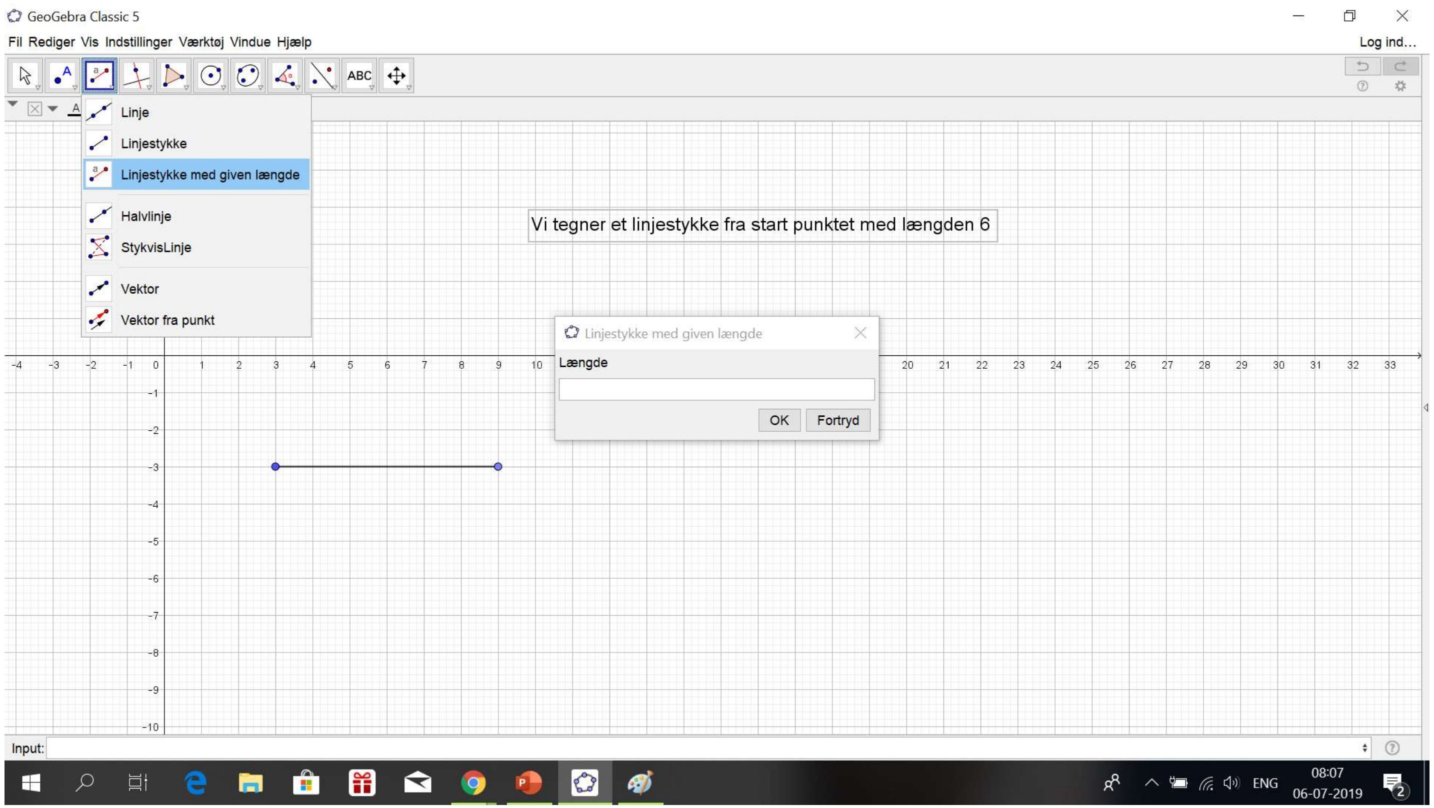
Eksempel.

Konstruer trekanten ΔABC hvor $a = 5$, $b = 6$ og $\angle A = 55\,°$ samt $\angle C = 65°$.

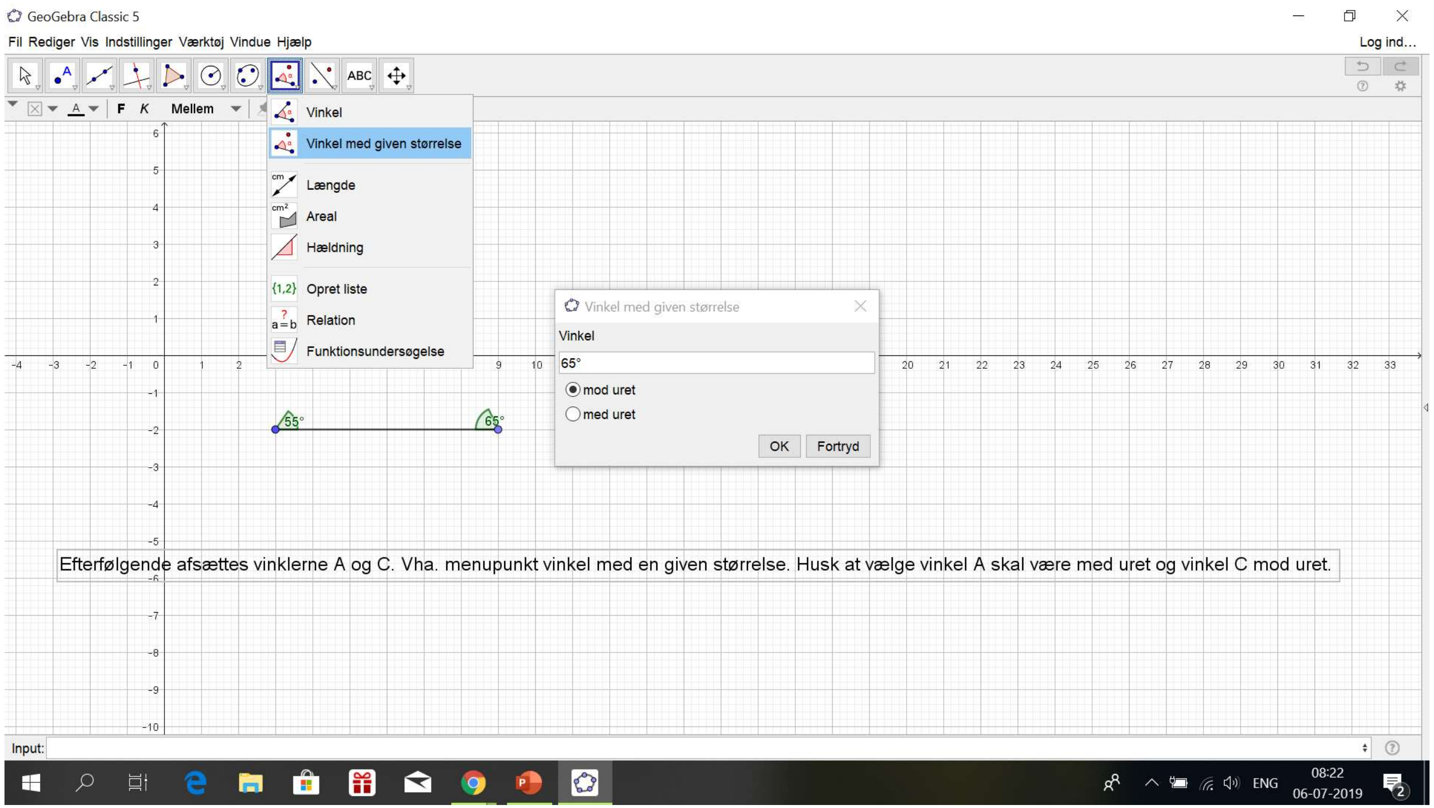
Trigonometri



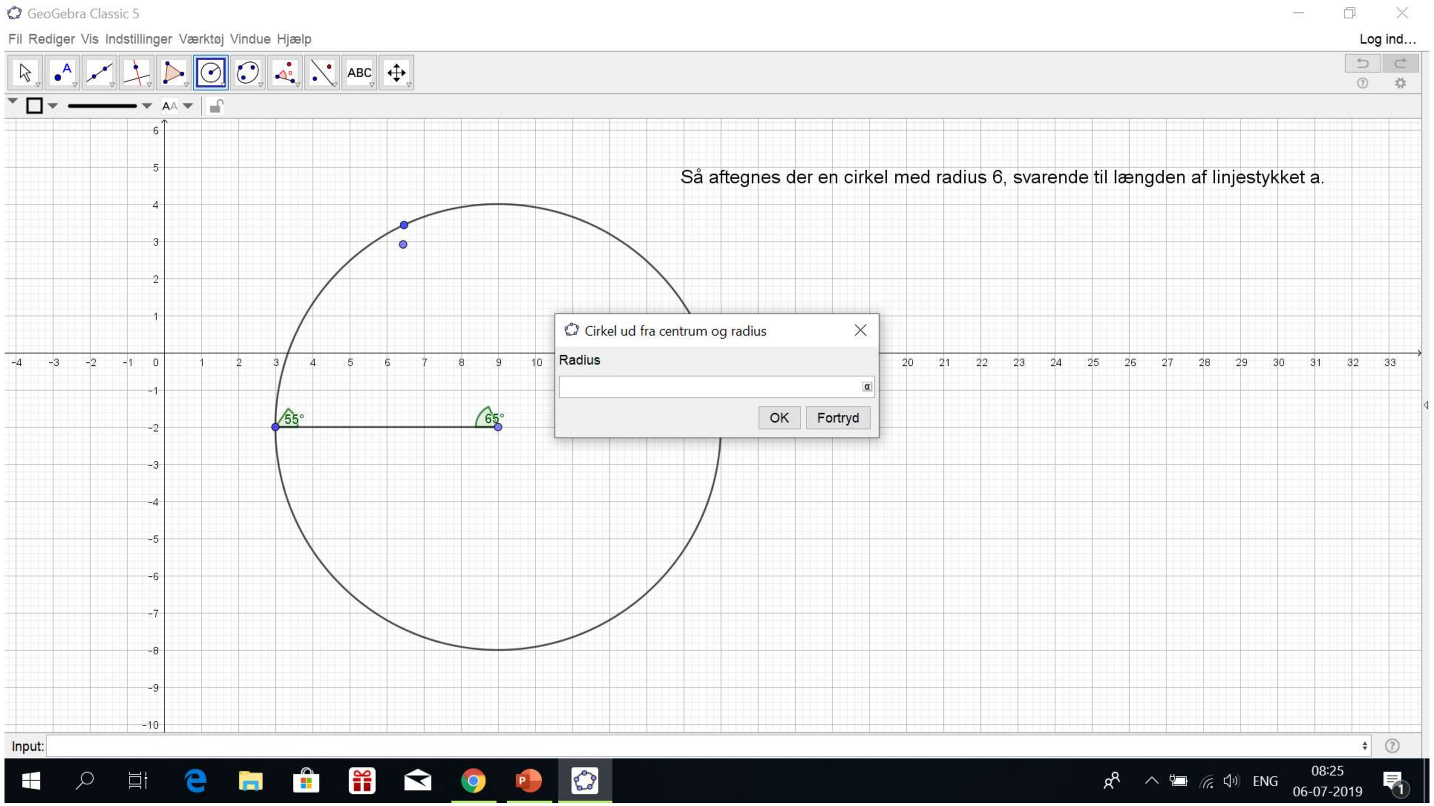
Trigonometri



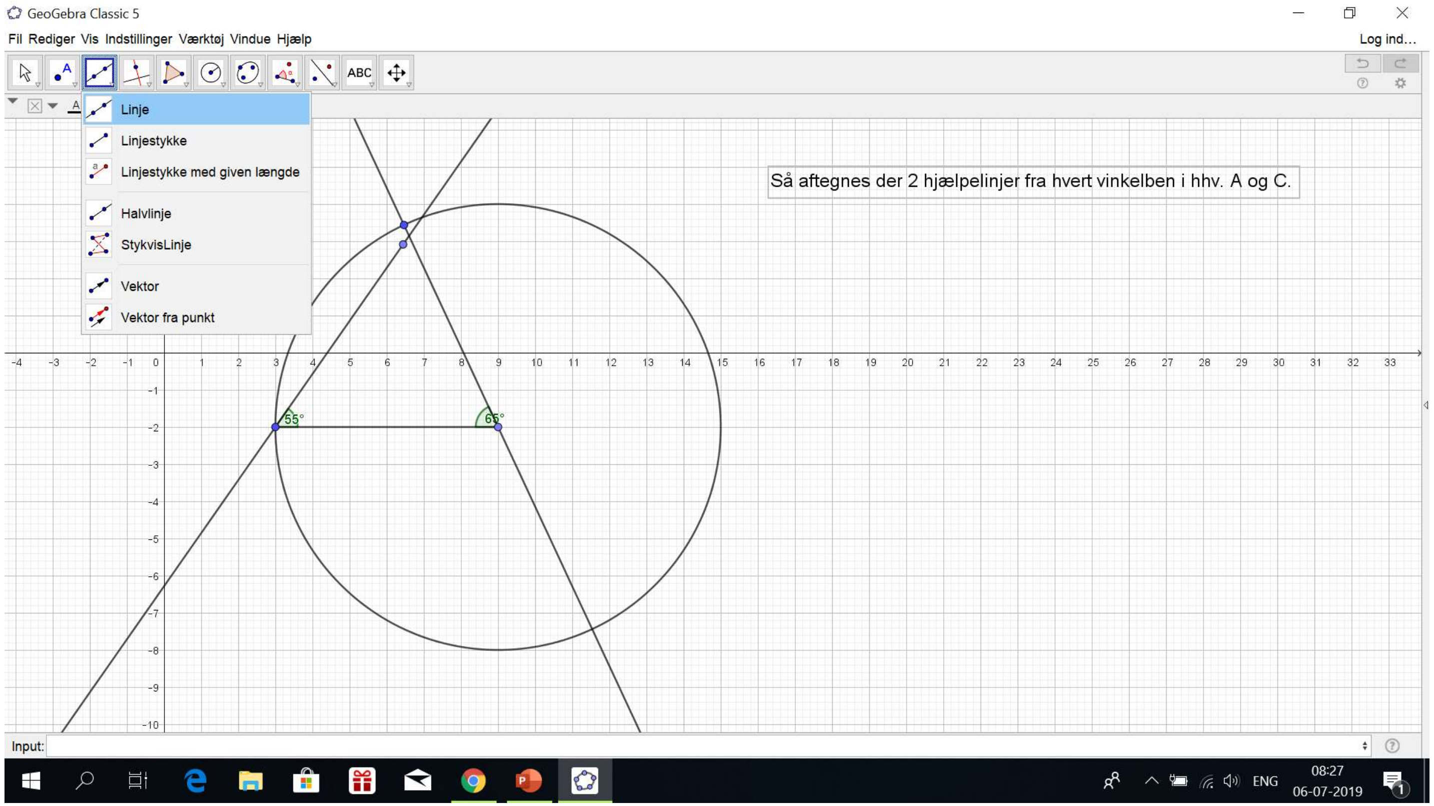
Trigonometri



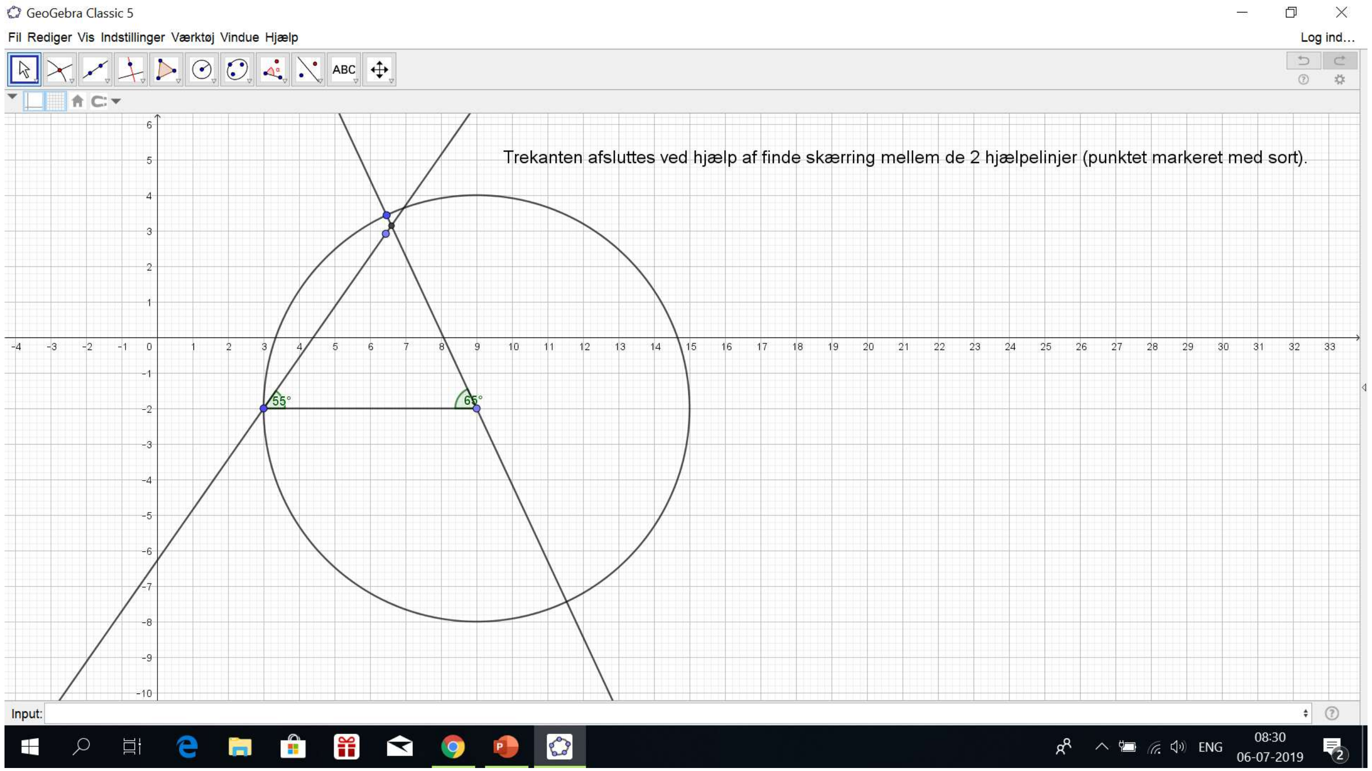
Trigonometri



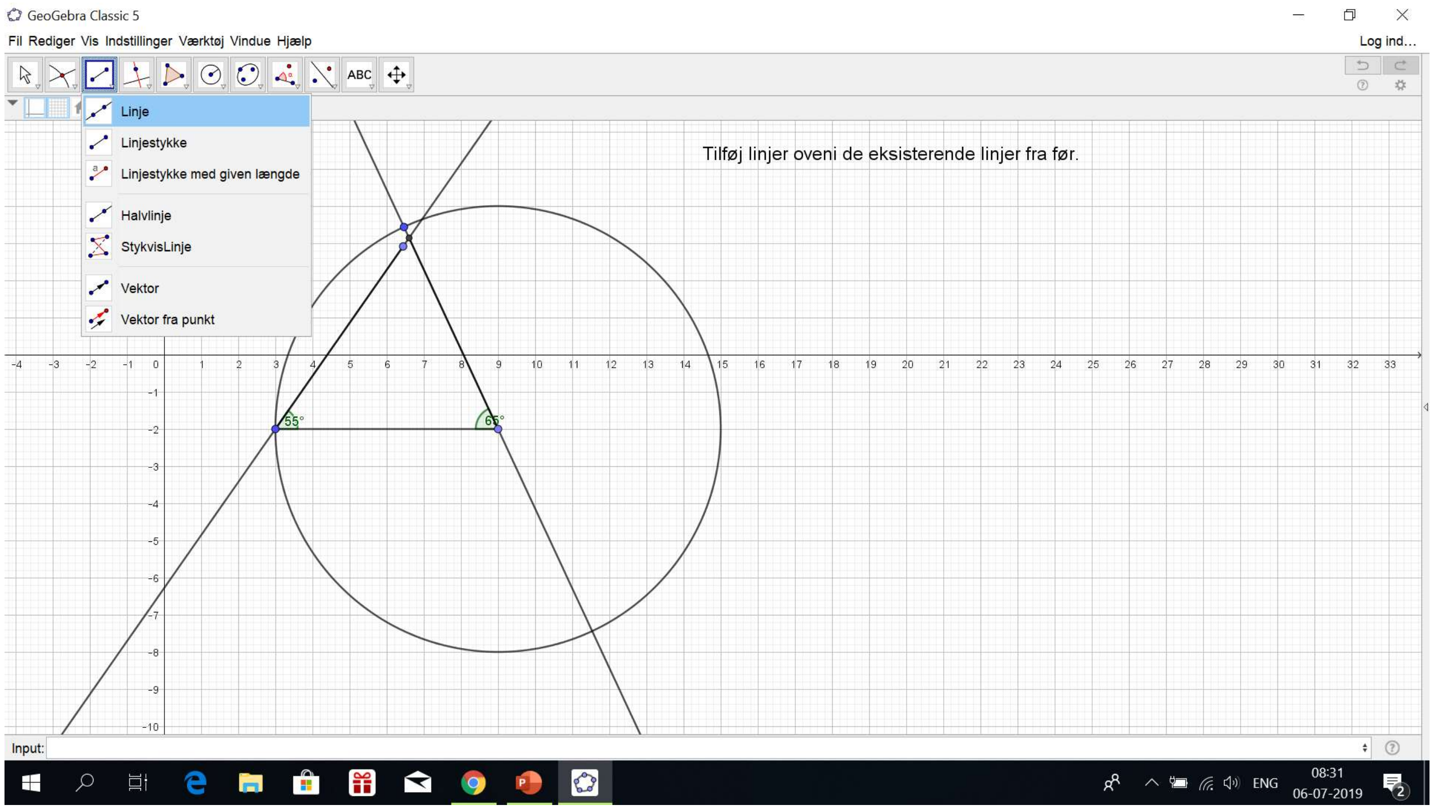
Trigonometri



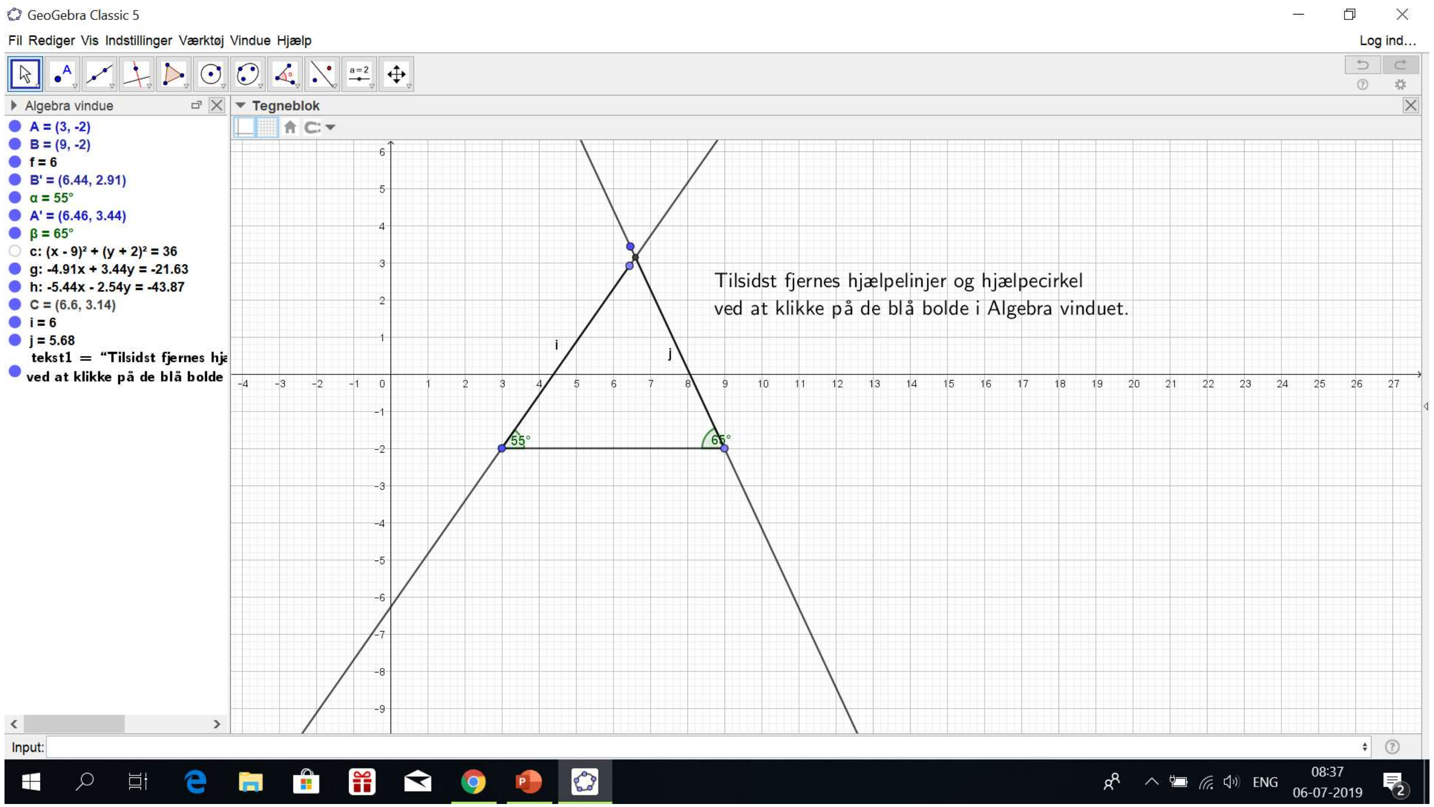
Trigonometri



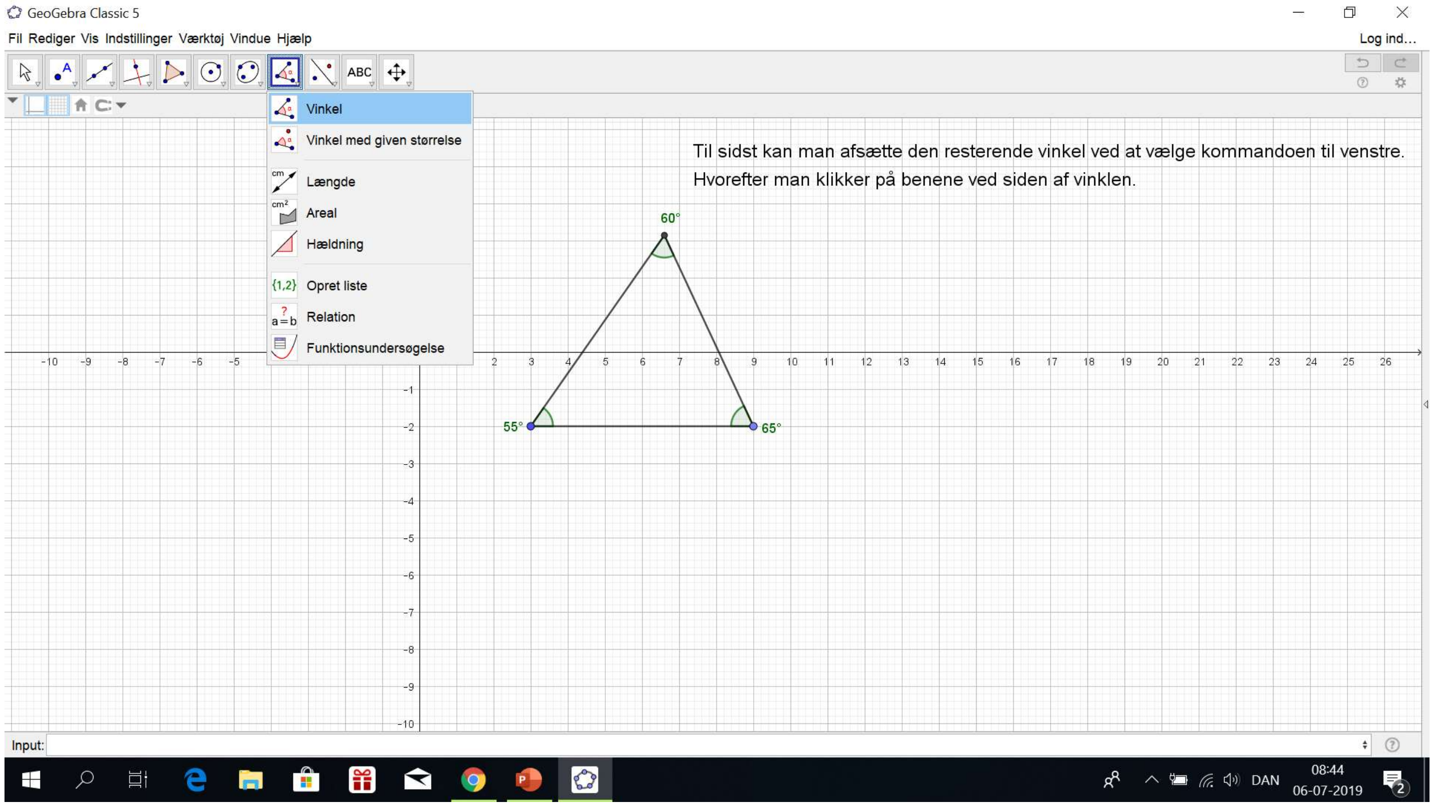
Trigonometri 2



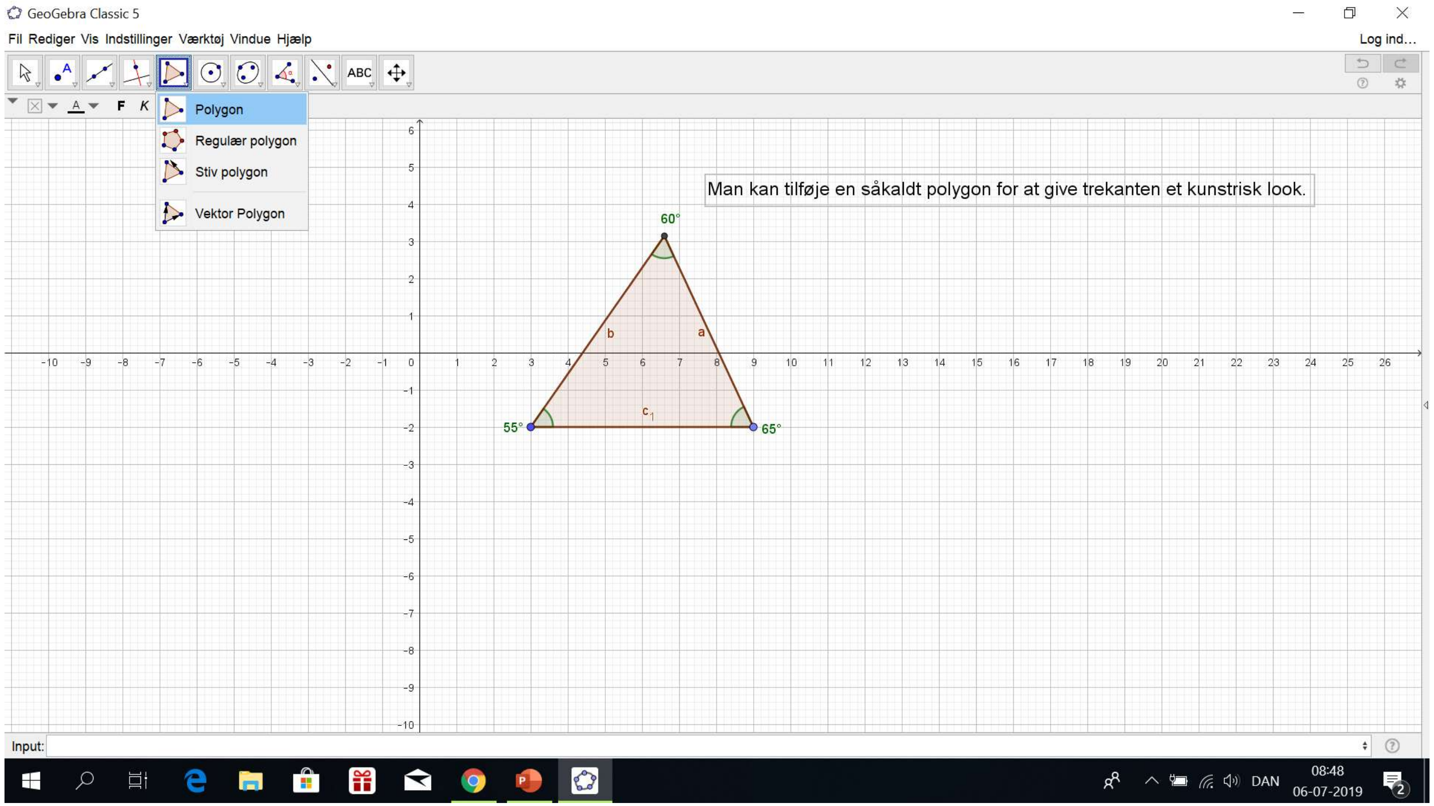
Trigonometri



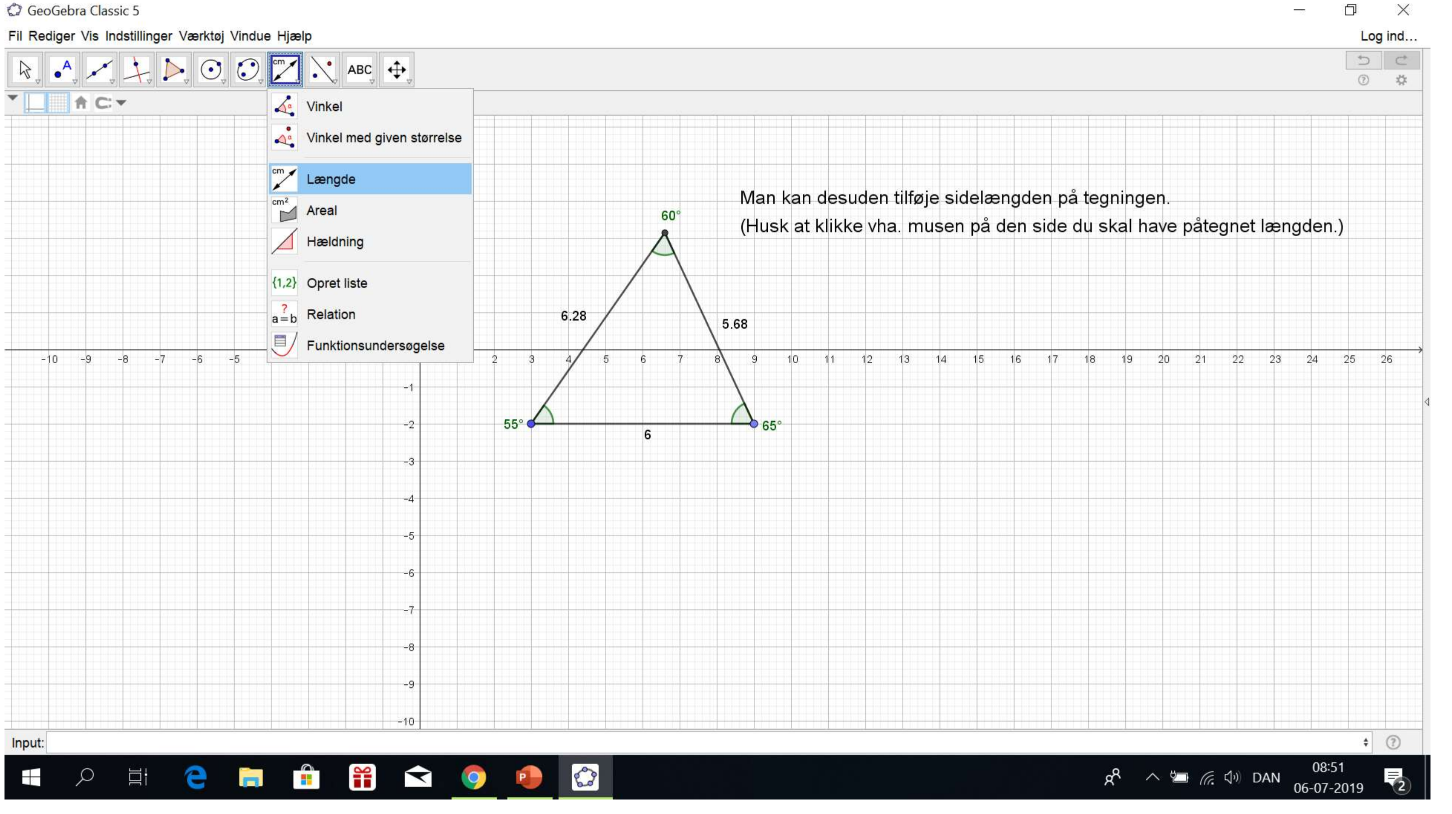
Trigonometri



Trigonometri 2

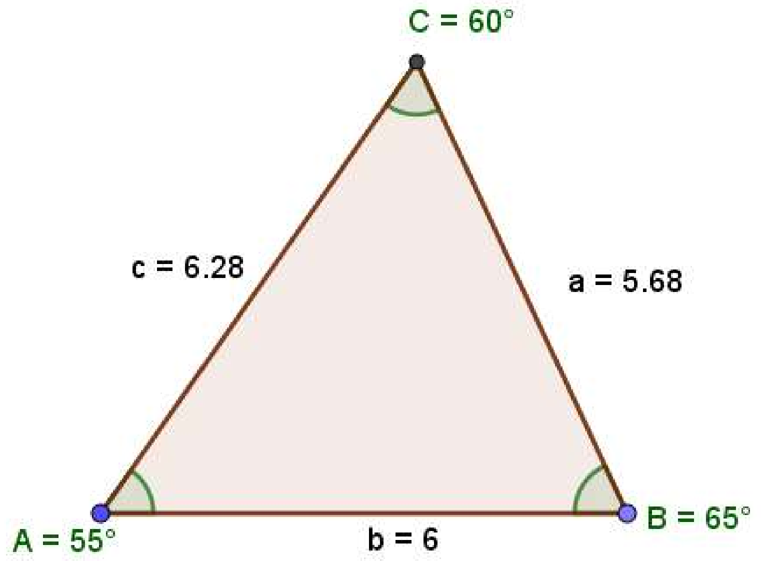


Trigonometri



Trigonometri

Hermed er den målfaste tegning konstrueret fra Eksemplet.



Opgaver

Øvelse 55, 56, side 99, Kernestof Mat1.

Opgave 552-554, side 115, Kernestof Mat1.

Øvelse 65, 66, side 101, Kernestof Mat1.

Opgave 539, side 113, Kernestof Mat1.

Opgave 522-524, side 110-111, Kernestof Mat1.

Trigonometri

Undervisning del 2

Trigometri 2

Sætning (Sinus-relationen)

Antag du givet en vilkårlig trekant hvor dens vinkler og modstående sider er oplyst. Således gælder følgende.

$$\frac{Sin(A)}{a} = \frac{Sin(B)}{b} = \frac{Sin(C)}{c}$$

Trignometri 2

Sinus-relationen (**Bevis**)

Bevis arealformlen (Appelsin-formlen).

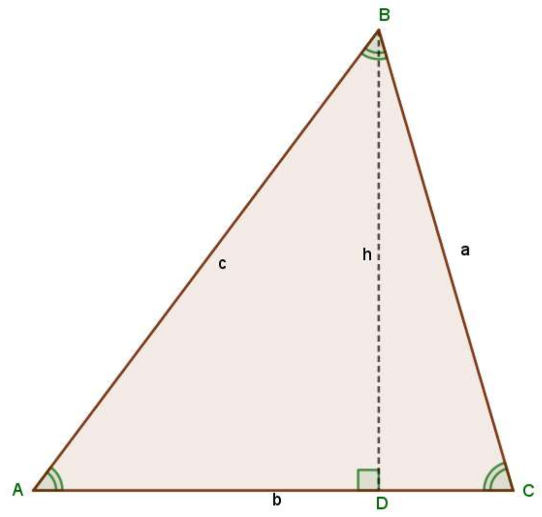
Vi tegner indledende en vilkårlig trekant ABC, og opdeler i 2 retvinklede trekanter, ΔABD og ΔBCD.

Vi husker, at formlen for arealet af en trekant $T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$

Samt at $Sin(C) = \frac{h}{a}$ (retvinklet trekant) , hvor $h = a \cdot Sin(C)$
Ved at benævne grundlinjen g i trekanten ABC, som b, så kan arealet skrives.

$$T = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{a} \cdot b \cdot Sin(C)$$

(Kaldes også Appelsinformlen.)



Trignometri 2

Appelsinformlen og sinus-relationen.

Husk !

Alle 3 varianter af appelsinformlen giver samme areal for trekanten.

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot Sin(C)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot Sin(B)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot Sin(A)$$

Trignometri 2

Bevis Sinus-relationen

1) Vi anvender de 3 varianter af appelsinformlen og sætter dem lig hinanden.

$$\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot Sin(C) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot Sin(A) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot Sin(B)$$

Trigonometri 2

Bevis Sinus-relationen fortsat

2) Vi dividerer ligningen med størrelsen $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot Sin(C)}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot Sin(A)}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot Sin(B)}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c}$$

Trigonometri 2

Bevis fortsat

3) Vi forkorter udtrykket.

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot Sin(C)}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot Sin(A)}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot Sin(B)}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c}$$

Trigonometri 2

Bevis fortsat.

4) Tilsidst opnås

$$\frac{Sin(A)}{a} = \frac{Sin(B)}{b} = \frac{Sin(C)}{c}$$

Hermed er sætningen bevist. ▫

Trigonometri 2

Sætning: Cosinus-relationen

Antag du har en vilkår trekant ABC, hvor du kender 2 sider og en mellemliggende vinkel, så gælder følgende.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cos(C)$$

Dette er Cosinus-relationen.

Trigonometri 2.

Bevis: Cosinus-relationen.

Antag du har givet den vilkårlige trekant $\Delta\mathrm{ABC}$, og den opdeles i de retvinklede trekanter $\Delta\mathrm{ABD}$ og $\Delta\mathrm{BCD}$ hvor grundlinjen b af $\Delta\mathrm{ABC}$ er delt op i 2 stykker $b - x$ og x.

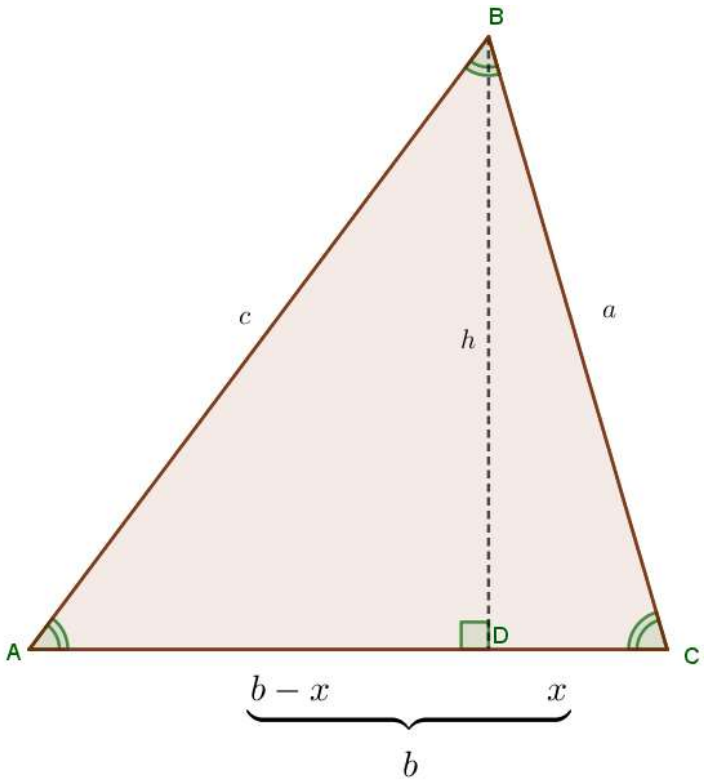
1) Disse trekanter kan udtrykkes vha. Pythagoras.

$c^2 = (b-x)^2 + h^2$ (trekant $\Delta\mathrm{ABD}$) (**)

$a^2 = x^2 + h^2$ (trekant $\Delta\mathrm{CDD}$) (**)

2) Trækker ** fra *.

$$c^2 - a^2 = (b-x)^2 + h - (x^2 + h^2)$$



Trigonometri 2.

Bevis: Cosinus-relationen fortsat.

3) Udtrykket forkortet og c^2 isoleres.

$$c^2 - a^2 = (b-x)^2 + h^2 - (x^2 + h^2) \Leftrightarrow$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + x^2 - 2 \cdot b \cdot x + h^2 - x^2 - h^2 \Rightarrow$$

Vi anvender 1.kvadratsætning på $(b-x)^2$

$$c^2 = a^2 + b^2 + x^2 - 2 \cdot b \cdot x + h^2 - x^2 - h^2$$

.

Trigonometri 2

Bevis: Cosinus-relationen fortsat.

4) Herefter opnås udtrykkes $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot x$

Vi fra den retvinklede trekant at $\angle C$ kan udtrykkes $Cos(C) = \frac{x}{a} \Rightarrow$

$$x = Cos(C) \cdot a$$

Trigonometri 2

Bevis: Cosinus-relationen fortsat.

5) Vi erstatte dette med x i $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot x$

Således at , $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot \left(a \cdot Cos(C)\right) \Leftrightarrow$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cos(C)$$

Cosinus-relationen er hermed bevist ▫

Trigonometri 2

Cosinus-relationen.

Cosinus-relationen findes i 3 varianter (til at bestemme sider)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot Cos(C)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot Cos(B)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot Cos(A)$$

Trigonometri 2

Cosinus-relationen.

Hvis vi kender 3 sider og ingen vinkler, så kan vinklen bestemmes vha. Cosinus-relationen.

$$Cos(C) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

Bemærk , at afhængig om du skal bestemme vinkel ∠C, ∠B, ∠A, så bytter bogstaverne a,b,c plads i ovenstående.

Opgaver

Opgave 557 – 561, Kernestof Mat1, side 116.

Opgave 562 (minus e,f,g), Kernestof Mat1, side 116

Opgave 563 – 565, Kernestof Mat 1, side 116.

Trigonometri

Undervisning del 3

Trigonometri 3

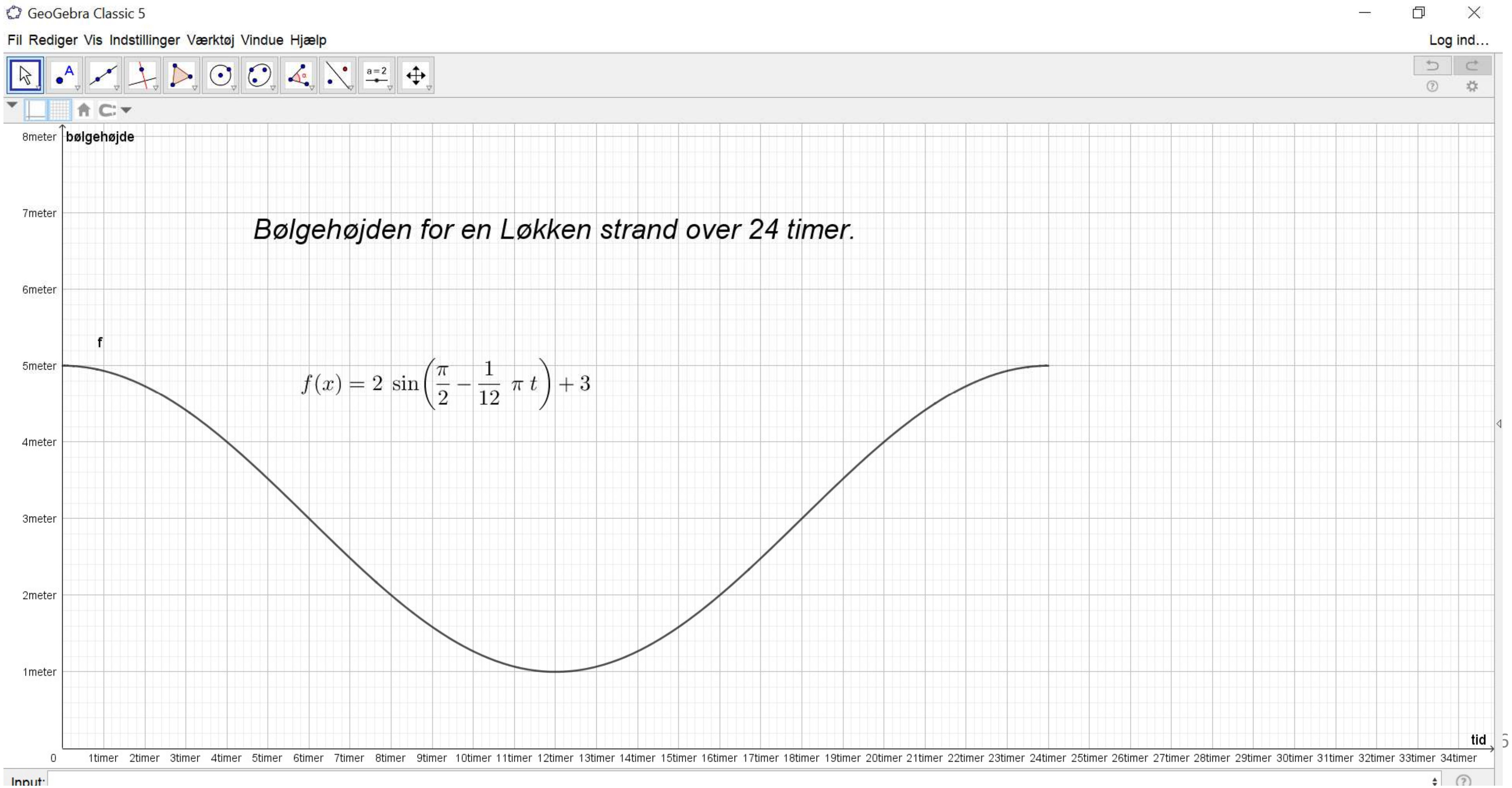
Periodisk funktion.

Vi så tidligere, at harmoniske svingning kan udtrykkes som en funktion.

$$f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \phi) + k$$

A = amplituden, ω = vinkelhastigheden, ϕ = faseforskydning og
$k =$ forskydningskonstanten.

Trigonometri 3 (Eksempel)



Trigonometri 3

Bestemmelse af konstanter for en harmonisk svingning.

$A = \frac{maksimum - minimum}{2}$ $\qquad$ $k = \frac{maksimum + minimum}{2}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ (Hvis perioden kendes), og T= $\frac{2\pi}{\omega}$ (Hvis vinkelhastighed kendes)

Værdien ϕ oplyses opgaven.

Trigonometri 3

Eksempel

For en harmonisk svingning gælder der følgende.
$ymax = 3.5$, $ymin = 0.5$ og $\phi = \frac{\pi}{3}$ samt at grafen for funktionen er angivet.

a) Bestem konstanterne A, ω og k.

b) Bestem forskriften for den harmoniske svingning på formen.

$$f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \phi) + k$$

Trigonometri 3

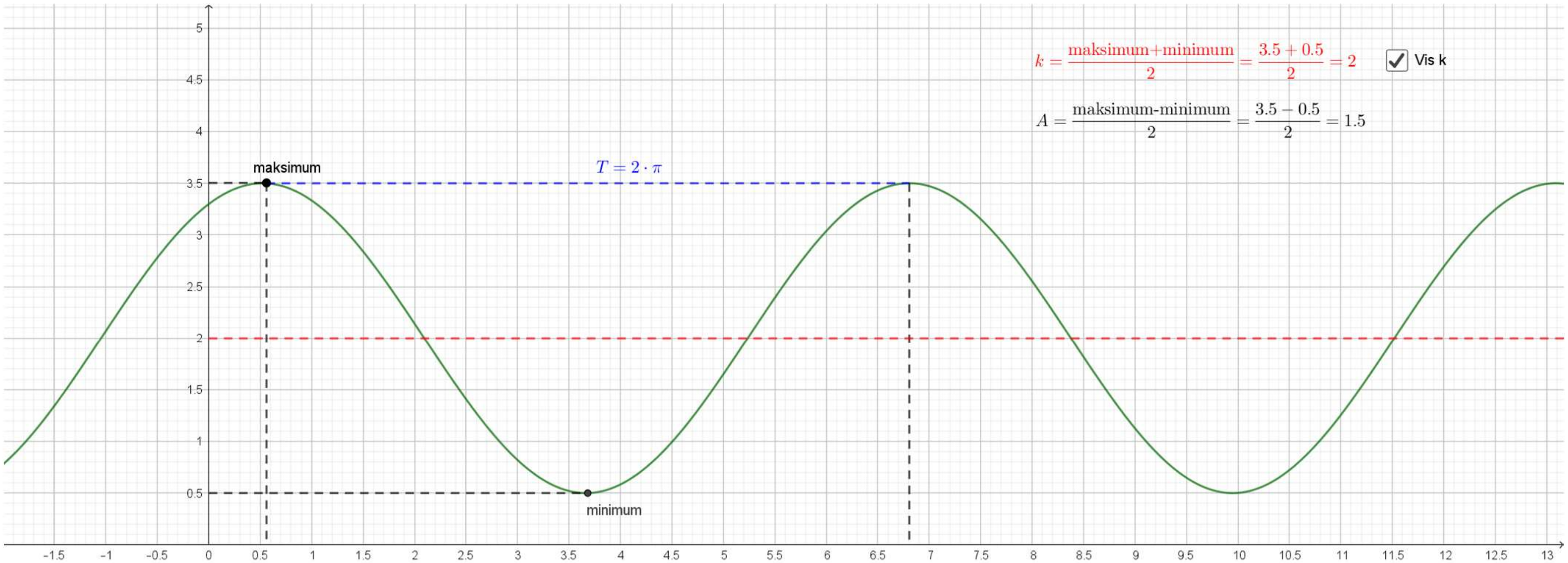
Løsning(Eksempel).

a) Vi bestemmer konstanterne $A = \frac{3.5-0.5}{2} = 1.5$ og k$= \frac{3.5+0.5}{2} = 2$

For at bestemme ω skal vi aflæse perioden på grafen.

Trigonometri 3

Løsning(Eksempel)



Trigonometri 3

Løsning (eksempel)

Vi aflæser perioden på grafen til at være $T = 2\pi$ og herved bestemme ω.

$$\omega = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Dvs. at $\omega = 1$.

Trigonometri 3

Løsning(Eksempel)

b) Slutteligt kan vi opstille forskriften for den harmoniske svingning.

$$f(x) = 1.5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + 1 \cdot x\right) + 2$$

Hermed er opgaven løst.

Opgaver

Øvelse 38, side 45, Kernestof Mat2.

Øvelse 46- 47, side 47, Kernestof Mat2.

Opgave 310 – 314 og 317, side 48-49, Kernestof Mat2